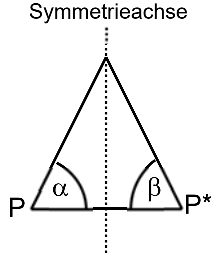
Symmetrie

Achsensymmetrie

- Symmetrische Strecken sind gleichlang.
- Symmetrische Winkel sind gleichgroß. $\alpha = \beta$
- Symmetrische Punkte P und P* haben gleichen Abstand zur Symmetrieachse.
- Die Strecke [PP*] steht senkrecht auf der Symmetrieachse.



Punktsymmetrie

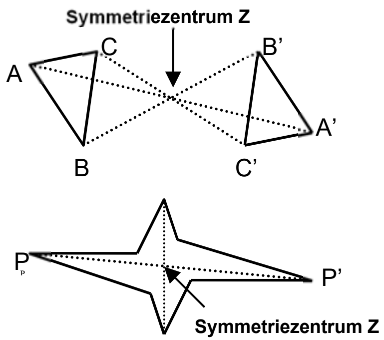
$\overline{ZA} = \overline{ZA'}$

$\overline{ZB} = \overline{ZB'}$

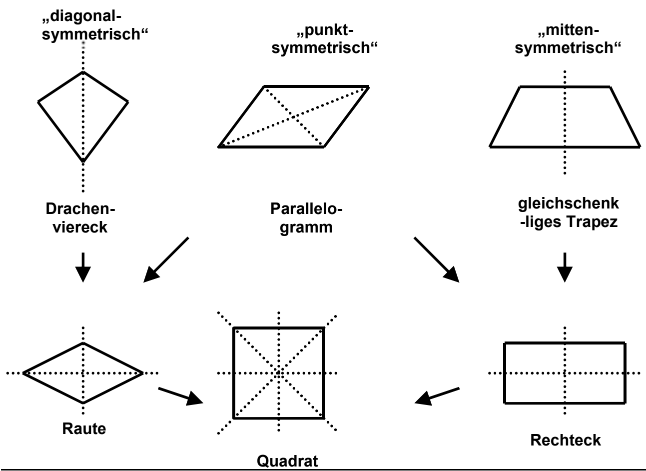
$\overline{ZC} = \overline{ZC'}$

$\overline{ZP} = \overline{ZP'}$

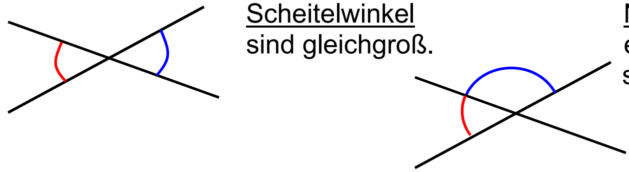
usw.



Symmetrische Vierecke

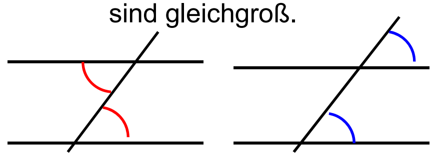


Winkelbetrachtungen



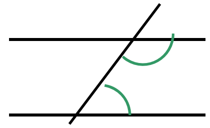
Scheitelwinkel sind gleichgroß.

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.



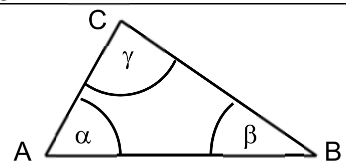
Wechselwinkel (Z-Winkel) und Stufenwinkel (F-Winkel) sind gleichgroß.

Nachbarwinkel ergänzen sich zu 180°.



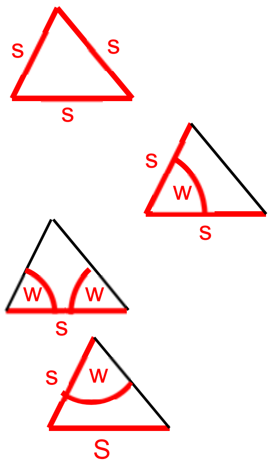
In jedem Dreieck beträgt die Winkelsumme 180°.

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Kongruenzsätze für Dreiecke

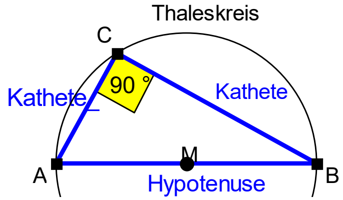
Zwei Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich), wenn sie



- in den Längen der drei Seiten übereinstimmen. (SSS)
- in den Längen zweier Seiten und dem Zwischenwinkel übereinstimmen. (SWS)
- in zwei Winkeln und der Länge der dazwischen liegenden Seite übereinstimmen. (WSW)
- in den Längen zweier Seiten und dem Gegenwinkel **der größeren Seite** übereinstimmen. (**S**sW)

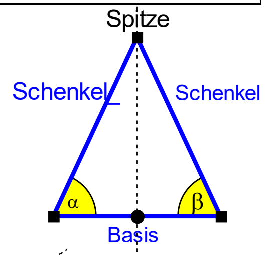
Satz des Thales

Ein Dreieck ABC hat bei C genau dann einen rechten Winkel, wenn C auf dem **Thaleskreis** über [AB] liegt.



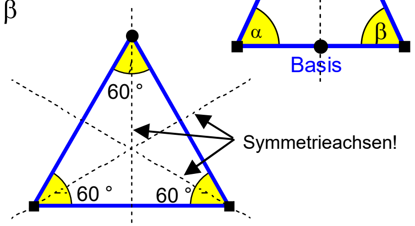
Besondere Dreiecke

- Dreiecke mit einer Symmetrieachse heißen **gleichschenklig**.



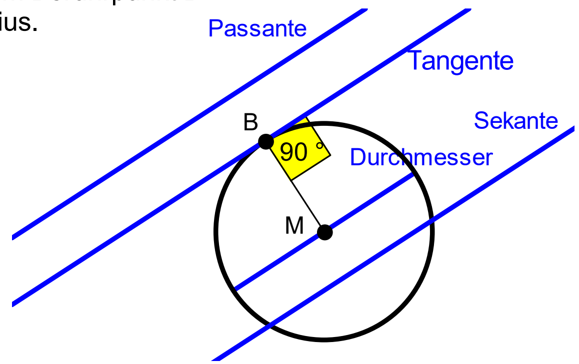
Basiswinkel sind gleich groß: $\alpha = \beta$

- Dreiecke, bei denen **alle drei** Seiten gleichlang sind, heißen gleich**seitig**.



Geraden am Kreis

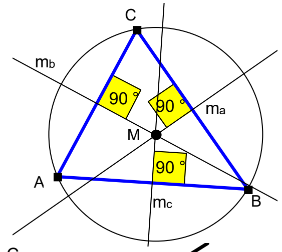
Die Kreistangente steht im Berührpunkt B **senkrecht** auf dem Radius.



Besondere Linien im Dreieck

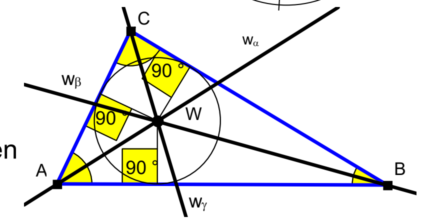
Mittelsenkrechte m
Sie steht **senkrecht** auf der Seiten**mitte.**

Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist der **Umkreismittelpunkt** M.



Winkelhalbierende w
Sie halbiert den Innenwinkel und steht normalerweise nirgends senkrecht.

Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden Ist der **Inkreismittelpunkt W**.

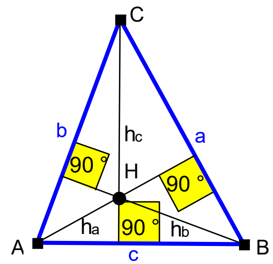


Höhe
Sie geht durch einen **Eckpunkt** und steht **senkrecht** auf der gegenüberliegenden Seite.

Flächeninhalt:

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot$ Grundlinie·Höhe

$A_\Delta = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$

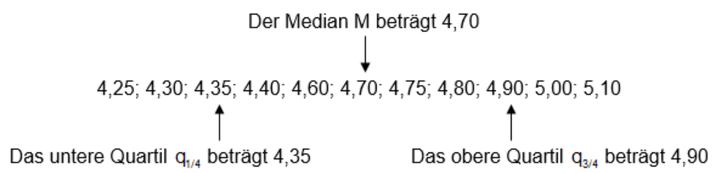


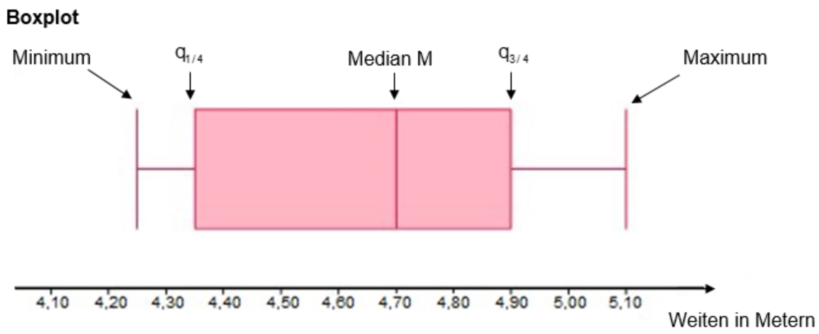
Stochastik

Kenngrößen von Daten

Der Median M ist der Wert, der in der Mitte eines sortierten Datensatzes steht. Das **untere Quartil $q_{1/4}$** ist der Median der unteren Hälfte, das **obere Quartil $q_{3/4}$** ist der Median der oberen Hälfte des Datensatzes. Die **Spannweite R** gibt die Differenz zwischen dem größten Wert (**Maximum**) und dem kleinsten Wert (**Minimum**) an.

Bsp.: Erreichte Weiten beim Weitsprung (in Metern):





Das arithmetische Mittel (Durchschnittswert)

$$\left.\begin{array}{c}\text{Arithmetisches Mittel}\\ \text{Durchschnittswert}\end{array}\right\} = \frac{\text{Summe der Einzelwerte}}{\text{Anzahl der Einzelwerte}}$$

Bsp.: Durchschnittswert der Weitsprungweiten:

$$\frac{4{,}25 + 4{,}30 + \cdots + 5{,}10}{11} = 4{,}65$$

Terme

Terme sind Rechenausdrücke, die aus Zahlen, **Variablen** (Platzhaltern) und Rechenzeichen bestehen. Für die Variablen kann man unterschiedliche Zahlen einsetzen.

Beispiel: $T(x) = x^2 - 3x$

$T(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 = -2$ $\quad T(-1) = (-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 4$

Terme dürfen nach den Rechengesetzen (KG, AG, DG, Klammerregeln) **umgeformt** werden, ihr Wert ändert sich dadurch nicht.

Auflösen von Klammern

- Steht vor der Klammer ein Pluszeichen, kann die Klammer weggelassen werden.
- Steht vor der Klammer ein ***Minuszeichen***, werden beim Auflösen ***alle Zeichen in der Klammer umgekehrt***: Aus Plus wird Minus, aus Minus wird Plus.

$3x + (4x - 3a)$ $= 3x + 4x - 3a$ $= 7x - 3a$
$3x - (4x - 3a)$ $= 3x - 4x + 3a$ $= -x + 3a$

Multiplizieren / Dividieren von Summen

- Summen (Differenzen) werden mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied der Summe (Differenz) mit diesem Faktor multipliziert. (DG)
- **Genauso**: Summen (Differenzen) werden durch einen Divisor dividiert, indem man jedes Glied der Summe (Differenz) durch diesen Faktor dividiert.

Beispiele: $2 \cdot (12 + 4x) = 2 \cdot 12 + 2 \cdot 4x = 24 + 8x$

$(12 + 4x) \div 2 = 12 \div 2 + 4x \div 2 = 6 + 2x$

- Zwei Summen werden multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer multipliziert und diese Produkte dann addiert. („Jedes mit jedem.“)

$$\boxed{(a+b)\cdot(c+d) = ac + ad + bc + bd}$$

Und: Vorzeichen bzw. Rechenzeichen beachten!

Bsp: $(2x + 3y)(3 - 4x) = 6x - 8x^2 + 9y - 12xy$

Binomische Formeln

Plus-Formel:	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Minus-Formel:	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Plusminus-Formel:	$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

Faktorisieren (Ausklammern)

Beim Ausklammern werden *gleiche Faktoren* vor die Klammer gezogen. Dadurch wird aus einer Summe / Differenz ein **Produkt** (!).

Beispiele:

$$2x + 4y = 2(x + 2y)$$
$$2abx + 6abc = 2ab(x + 3c)$$
$$-3x - y = (-1)\cdot(3 + y) = -(3 + y)$$
$$-3a + 3b = -3(a - b)$$

Gleichungen lösen

Gleichungen löst man mit Hilfe von Äquivalenzumformungen. Das sind Umformungen, bei denen sich die Lösungsmenge der Gleichung nicht ändert.

Äquivalenzumformungen:

- Zu beiden Seiten wird dieselbe Zahl (oder derselbe Term) addiert.
- Von beiden Seiten wird dieselbe Zahl (oder derselbe Term) subtrahiert.
- Beide Seiten werden mit dem gleichen Faktor ($\neq$ Null) multipliziert.
- Beide Seiten werden durch dieselbe Zahl ($\neq$ Null) dividiert.
- Man kann beide Seiten einer Gleichung vertauschen.

Bsp: $-7x + 4 = 3x - 8 \quad | +7x + 8$

$$12 = 10x \quad | \div 10$$
$$x = 1{,}2$$

Lösungsmenge $L = \{\ 1{,}2\ \}$

Prozentrechnung

Das Ganze, dessen Anteile verglichen werden, heißt **Grundwert (GW)**.
Ein Anteil am Ganzen wird als Bruch oder als **Prozentsatz (p)** dargestellt. % bedeutet „Hundertstel“.
Der jeweilige Teil des Ganzen bildet den zugehörigen **Prozentwert (PW)**.

Beispiel: 60% von 10kg sind 6 kg.
Prozentsatz Grundwert Prozentwert

Es gilt:

(als Dezimalbruch)

Prozentwert = Prozentsatz · Grundwert (PW= p · GW)

6kg = 0,6 · 10kg

Prozentsatz = $\frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$ $\left(p = \frac{PW}{GW}\right)$

Häufige Prozentsätze:

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}10 \qquad 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3} = 0{,}3333333... \qquad 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}50$$

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \qquad 100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Beispiel: 30 Kinder wählen einen Klassensprecher. Lorenz erhält 24 Stimmen. Wie viel Prozent der Stimmen sind das?
Grundwert: 30 Prozentwert: 24

Prozentsatz (Anteil in %): $p = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$