

## 1 Natürliche und ganze Zahlen

### Dezimalsystem

5043 = 5T 4Z 3E ; Stufenzahlen: 1, 10, 100, 1000, ... ;  
 Große Zahlen: eine Million = 1 000 000 =  $10^6$ , eine Milliarde =  $10^9$

### Mengenschreibweise

$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$ ,  $0 \in \mathbb{N}_0$ ,  $-1 \notin \mathbb{N}$

### Runden

Beim Runden einer Zahl auf eine bestimmte Stelle betrachtet man die rechts von dieser Stelle stehende Ziffer.

Ist diese Ziffer: - 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird **abgerundet**,  
 - 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird **aufgerundet**.

Bsp.: 349 cm  $\approx$  3 m; 349 cm  $\approx$  35 dm

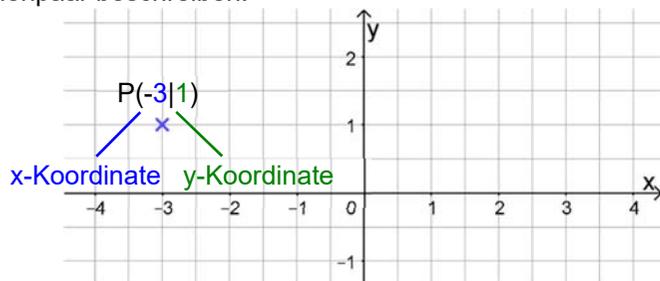
### Gegenzahlen und Betrag

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$ ; -3 und +3 heißen **Gegenzahlen**.

$|+4| = |-4| = 4$  heißt der **Betrag** einer Zahl und gibt den Abstand der Zahl von der 0 auf der Zahlengeraden an.

### Koordinatensystem

In einem **Koordinatensystem** lässt sich jeder Punkt durch ein Zahlenpaar beschreiben.



## 2 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

### Summe

$$\begin{array}{ccccccc} a & + & b & = & c \\ | & & | & & | \\ \text{1. Summand} & & \text{2. Summand} & & \text{Wert der Summe} \end{array}$$

Summe

Kommutativgesetz KG:  $a + b = b + a$

Assoziativgesetz AG:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

KG und AG lassen sich für Rechenvorteile ausnützen:  
 $129 + (257 + 71) = (129 + 71) + 257 = 200 + 257 = 457$

### Differenz

$$\begin{array}{ccccccc} a & - & b & = & c \\ | & & | & & | \\ \text{Minuend} & & \text{Subtrahend} & & \text{Wert der Differenz} \end{array}$$

Differenz

Gemischte Addition und Subtraktion:

$$\begin{aligned} 68 + 17 - 29 - 28 + 23 - 31 &= \\ (68 + 17 + 23) - (29 + 28 + 31) &= \\ 108 - 88 &= 20 \end{aligned}$$

„Summe der Plusglieder – Summe der Minusglieder“

### Termgliederung

$$\underbrace{(35 - 7)}_{\text{Differenz}} + \underbrace{[(83 + 12) - 9]}_{\text{Differenz}} = \text{Summe}$$

Die zuletzt ausgeführte Rechenart legt die Art des Terms fest.

### Addieren und Subtrahieren

Zahlen mit **gleichen Vorzeichen** werden **addiert**, indem man ihre Beträge addiert und der Summe das gemeinsame Vorzeichen gibt:  
 Beispiel:  $(-5) + (-10) = -5 - 10 = -15$

Zahlen mit **verschiedenen Vorzeichen** werden **addiert**, indem man den kleineren vom größeren Betrag subtrahiert und der Differenz das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag gibt.  
 Beispiel:  $(-5) + (+10) = -5 + 10 = +(10-5) = +5$

**Subtrahieren** = Addieren der Gegenzahl  
 Beispiel:  $(-5) - (+10) = (-5) + (-10) = -5 - 10 = -15$

### Rechengesetze

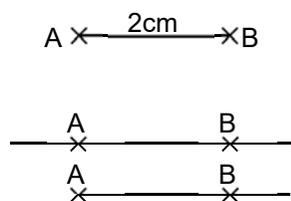
**Kommutativgesetz:**  $(-17) + (+37) = (+37) + (-17)$   
 Kurzschreibweise:  $-17 + 37 = +37 - 17$   
 Beachte: Beim Vertauschen Vorzeichen mitnehmen!

**Assoziativgesetz:**  $[(-17) + (+37)] + (-5) = (-17) + [(+37) + (-5)]$

## 3 Geometrische Grundlagen

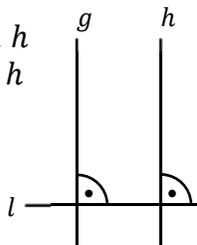
### Strecken und Geraden

**Strecke** von A nach B:  $\overline{AB}$   
 Länge der Strecke von A nach B:  $|\overline{AB}| = 2cm$

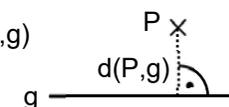


**Gerade** durch A und B:  $AB$   
 Halbgerade:  $[AB$

Die Geraden  $g$  und  $l$  stehen aufeinander **senkrecht**:  $g \perp h$   
 Die Geraden  $g$  und  $h$  verlaufen **parallel** zueinander:  $g \parallel h$



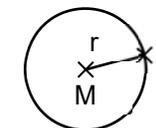
Abstand eines Punktes P von einer Geraden g:  $d(P,g)$



### Kreis

Alle Punkte P, die von einem Punkt M den gleichen Abstand besitzen, liegen auf einer **Kreislinie** um M.

$|\overline{PM}| = d(P, M) = r$  „Radius“



### Winkel

Spitzer Winkel  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

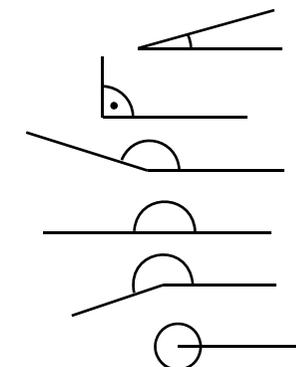
Rechter Winkel  $\alpha = 90^\circ$

Stumpfer Winkel  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Gestreckter Winkel  $\alpha = 180^\circ$

Überstumpfer Winkel  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

Vollwinkel  $\alpha = 360^\circ$



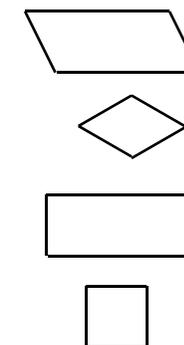
### Vierecke

Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind parallel

Raute: Parallelogramm mit gleich langen Seiten

Rechteck: Parallelogramm mit zueinander senkrechten Seiten

Quadrat: Rechteck mit gleich langen Seiten



## 4 Multiplikation und Division ganzer Zahlen

### Multiplikation

$$\begin{array}{c}
 a \cdot b = c \\
 | \quad | \quad | \\
 \text{1. Faktor} \quad \text{2. Faktor} \quad \text{Wert des Produkts} \\
 \hline
 \text{Produkt}
 \end{array}$$

KG:  $a \cdot b = b \cdot a$       AG:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

### Division

$$\begin{array}{c}
 a : b = c \\
 | \quad | \quad | \\
 \text{Dividend} \quad \text{Divisor} \quad \text{Wert des Quotienten} \\
 \hline
 \text{Quotient}
 \end{array}$$

Beachte:  $a \cdot 0 = 0$  ;  $0 : a = 0$  ;  $a : 0$  verboten!

### Rechengesetze

**Distributivgesetz DG:**

$$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c \quad ; \quad (a \pm b) : c = a : c \pm b : c$$

#### Reihenfolge bei Termberechnung:

1. Klammern zuerst berechnen
2. Potenzen berechnen
3. Punktrechnung
4. Strichrechnung
- Von links nach rechts rechnen
- Was noch nicht zum Rechnen dran, schreibe unverändert an!

### Potenzieren und Faktorisieren

**Potenzieren:**  $a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ ;      a: Basis oder Grundzahl,  
5: Exponent oder Hochzahl

Beispiele:  $2^3 = 8$ ,  $3^2 = 9$ ,  $10^6 = 1000000$ ,  $3 \cdot 10^5 = 300000$

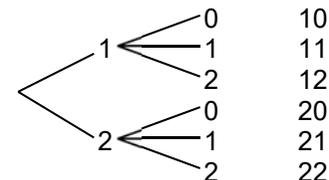
Eine **Primzahl** ist nur durch 1 und sich selbst teilbar.

Jede natürliche Zahl besitzt genau eine **Primfaktordarstellung**.

Beispiel:  $90 = 9 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

### Baumdiagramm und Zählprinzip

Wie viele 2-stellige Zahlen kann man aus den Ziffern 0, 1 und 2 bilden?



2 Möglichkeiten · 3 Möglichkeiten = 6 Möglichkeiten

### Multiplizieren und Dividieren

1. Beträge multiplizieren/dividieren
2. Bei gleichen Vorzeichen dem Produkt/Quotienten das Vorzeichen + geben, bei verschiedenen Vorzeichen das Vorzeichen -

$$+ \cdot + = + \quad , \quad - \cdot - = + \quad , \quad + \cdot - = - \quad , \quad - \cdot + = -$$

Sonderfälle:

$(-124) \cdot 0 = 0$  ,  $0 \cdot (-124) = 0$  ,  $(-124) : 0$  verboten!

### Rechenregeln

KG:  $(-5) \cdot 23 \cdot (-40) = (-5) \cdot (-40) \cdot 23 = 200 \cdot 23 = 4600$

AG:  $[18 \cdot (-5)] \cdot 14 = 18 \cdot [(-5) \cdot 14] = -1260$

DG:  $(-8) \cdot (9 - 12) = (-8) \cdot 9 - (-8) \cdot 12 = -72 - (-96) = 24$

## 5 Größen

Eine Größe besteht aus einer Maßzahl und einer Einheit.

$$\text{Größe} = \text{Maßzahl} \cdot \text{Einheit}$$

z.B.  $200\text{m} = 200 \cdot 1\text{m}$

### Wichtige Einheiten:

**Länge:**  $1\text{km} = 1000\text{m}$ ,  $1\text{m} = 10\text{dm}$ ,  $1\text{dm} = 10\text{cm}$ ,  $1\text{cm} = 10\text{mm}$

**Masse („Gewicht“):**  $1\text{t} = 1000\text{kg}$ ,  $1\text{kg} = 1000\text{g}$ ,  $1\text{g} = 1000\text{mg}$

**Zeit:**  $1\text{d} = 24\text{h}$ ,  $1\text{h} = 60\text{min}$ ,  $1\text{min} = 60\text{s}$

### Rechnen mit Größen:

Größe  $\pm$  Größe = Größe

Größe : Zahl = Größe

Größe : Größe = Zahl

Beispiele:

$$1\text{m}24\text{cm} + 2\text{m}8\text{cm} = 3\text{m}32\text{cm}$$

$$2\text{h} : 4 = 120\text{min} : 4 = 30\text{min}$$

$$50\text{kg} : 10\text{kg} = 5$$

### Maßstab

1:20 000 heißt, die Länge in Wirklichkeit beträgt das 20 000 – fache der Länge auf der Karte:

5cm (auf der Karte)  $\triangleq$

$$5\text{cm} \cdot 20000 = 100000\text{cm} = 1000\text{m} = 1\text{km} \text{ (in Wirklichkeit)}$$

## 6 Flächen

### Einheiten:

$1\text{km}^2 = 100\text{ha}$ ;  $1\text{ha} = 100\text{a}$ ;  $1\text{a} = 100\text{m}^2$ ;  $1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2$ ;  $1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2$ ;  
 $1\text{cm}^2 = 100\text{mm}^2$

**Umrechnungszahl:** 100

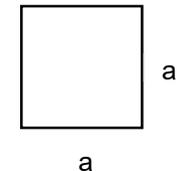
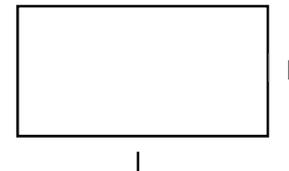
### Flächeninhalt und Umfang von Rechteck und Quadrat

$$A_R = l \cdot b$$

$$u_R = 2 \cdot l + 2 \cdot b \\ = 2 \cdot (l + b)$$

$$A_Q = a \cdot a = a^2$$

$$u_Q = 4 \cdot a$$



### Oberflächeninhalt von Quader und Würfel

$$O_Q = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h \\ = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

$$O_W = 6 \cdot a^2$$

